情報系院試　ロードマップシリーズ

ロードマップ

東京科学大 情報工学系

6か月ロードマップと類題100問

院試hub

利用上の注意

本書は院試 hub が独自に作成した基礎ノートと練習問題です。大学・研究科等の公式資料ではありません。各大学の過去問の本文・原図は収録していません。出題分野の頻度は、院試 hub が解答を公開している実施回の分類に基づきます。本書の無断転載、再配布、共有を禁じます。

目次

出題分野の頻度 7

第 1 章　試験の構成と出題マップ 8

情報工学系の筆答試験 8

年度 × 大問の出題分野 9

年度の表記と旧形式の回 10

分野ごとの頻度と本書の配分 10

数理・計算科学系を併願する場合 10

第 2 章　1 月から 7 月までの計画 12

月別の計画 12

計画の組み方 13

時期を外せない手続き 13

過去問の使い方 13

第 3 章　数学（線形代数・微分積分・確率統計） 14

行列式・階数・線形独立と核・像 14

固有値・対角化・二次形式 15

問題 1　行列式の積と逆行列 16

問題 2　余因子展開とブロック行列の行列式 17

問題 3　パラメータを含む行列の階数 18

問題 4　線形独立と係数行列による判定 20

出題分野の頻度

院試 hub が解答を公開している実施回を分類した問数。同じ大問が複数の分野に数えられることがある。

分野	問数	出題年度
確率・統計	15	2026、2025、2024、2023、2022、2020
線形代数（行列式・階数・固有値・二次形式）	11	2026、2025、2024、2023、2022、2020
微分積分（極限・級数・偏微分・積分）	9	2026、2025、2024、2023、2022、2020
数理論理（命題論理・述語論理・自然演繹）	7	2026、2025、2024、2023、2022、2020
有限オートマトン・正規言語	7	2026、2025、2024、2023、2022
計算量の評価・数論的アルゴリズム	7	2026、2025、2024、2023、2020
計算機構成・論理回路・OS	7	2026、2025、2024、2023、2022、2020
解析（関数列・関数解析・偏微分方程式）	6	2026、2025、2024、2023、2022
文法・文脈自由言語	5	2025、2024、2023、2022
整列・ヒープ	5	2026、2024、2022、2020
代数（群・環）	5	2026、2025、2024、2023、2022
再帰・動的計画法	4	2026、2025、2024、2023
データ構造（スタック・探索木・リスト）	4	2024、2023、2022
位相	4	2026、2024、2023、2022
線形計画	4	2026、2025、2024、2022
制御工学	3	2023、2022、2020
決定可能性	1	2024

問題 65　優先順位と結合性を表す文法

科学大 情報工学 2024 大問 2 と同じ分野

問題

数字 $d \in \{0,1,\dots,9\}$ と演算子 $-$、$*$、括弧からなる式の文法 $G_1 : E \to E-E \mid E*E \mid (E) \mid d$ を考える。(1) 語 $8-3-2*2$ に対して、G_1 の導出木で値が異なる 2 つを示し、それぞれの値を求めよ。(2) $*$ が $-$ より強く結び付き、$-$ と $*$ がともに左結合となる、あいまいでない文法 G_2 を作れ。(3) G_2 による $8-3-2*2$ の導出木を描き、値を求めよ。

解答

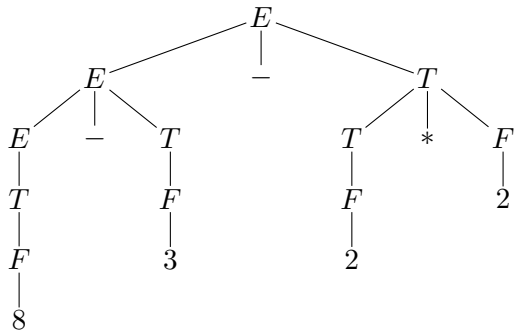
(1)　根の規則を $E \to E-E$ とし、右の E を $3-2*2$、さらにその右を $2*2$ とする木は $8-(3-(2*2))$ を表し、値は $8-(3-4)=9$。根を $E \to E-E$ とし、左の E を $8-3$、右を $2*2$ とする木は $(8-3)-(2*2)$ を表し、値は $5-4=1$。同じ語に値の異なる 2 つの導出木があるので、G_1 はあいまいである。

(2)　優先順位の低い順に非終端記号を分け、左結合は左再帰で表す。

$$E \to E-T \mid T, \qquad T \to T*F \mid F, \qquad F \to (E) \mid d.$$

E の導出は $E-T-T-\cdots-T$ の形に左から積み上がり、各 T は $F*F*\cdots*F$ の形になる。式を $-$ で区切る位置と、各区間を $*$ で区切る位置が語から一通りに決まるので、導出木は一意である。

(3)　$8-3-2*2$ は $E \Rightarrow E-T$ で右端の T が $2*2$、左の E が $8-3$ となる。



木を下から評価すると $(8-3)-(2*2)=1$ である。

答　(1) 9 と 1。(2) $E \to E-T \mid T$、$T \to T*F \mid F$、$F \to (E) \mid d$。(3) 値は 1。

解説

導出木の形は計算の順序そのものである。部分木が先に評価される値を表すので、深い位置にある演算子ほど先に計算される。G_2 では $*$ が T の層、$-$ が E の層にあり、$*$ が必ず $-$ より深い位置に来る。これが「$*$ が強く結び付く」の文法上の意味である。

結合性は再帰の向きで決まる。$E \to E-T$ は左の E が再び $-$ を含めるので、$a-b-c$ は左の $a-b$ が深い部分木になり $(a-b)-c$ と計算される。$E \to T-E$ と書くと右結合 $a-(b-c)$ になり、$8-3-2*2$ の値は $8-(3-4)=9$ に変わる。引き算は結合法則をみたさないので、結合性の誤りは値の誤りとして表に出る。

括弧の規則 $F \to (E)$ は、括弧の内側で再び最も弱い演算子から始め直すためのものである。$F \to (F)$ のように書くと括弧の中に $-$ を書けなくなる。よくある誤りは $T \to F*T$ のように右再帰にして「優

先順位は表せた」とする答案で、$*$ は可換かつ結合的なので値は変わらないが、問題の「左結合」の要求には反する。

問題 66　あいまいな文法の書き換え

科学大 情報工学 2023 大問 2 と同じ分野

問題

文法 $G : S \to aSb \mid aSbb \mid \varepsilon$ について答えよ。(1) $L(G) = \{a^m b^n \mid m \le n \le 2m\}$ を示せ。(2) G があいまいであることを示せ。さらに語 $a^m b^n \in L(G)$ の導出木の個数を m, n で表せ。(3) 同じ言語を生成するあいまいでない文法を作り、あいまいでない理由を述べよ。

解答

(1)　S から導かれる語は、$S \to aSb$ を k 回、$S \to aSbb$ を l 回、任意の順に使い、最後に $S \to \varepsilon$ で止めたものである。どの順でも a の個数は $m = k + l$、b の個数は $n = k + 2l$ で、a はすべて b より左にある。$k, l \ge 0$ より $m \le n \le 2m$。逆に $m \le n \le 2m$ なら $l = n - m$、$k = 2m - n$ はどちらも 0 以上で、この回数だけ規則を使えば $a^m b^n$ が得られる。

(2)　$aabbb$ には次の 2 つの最左導出がある。

$$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbbb \Rightarrow aabbb,$$
$$S \Rightarrow aSbb \Rightarrow aaSbbb \Rightarrow aabbb.$$

導出木が異なるので G はあいまいである。一般に、m 回の展開のうちどの $l = n - m$ 回で $S \to aSbb$ を使うかを選べば導出木が 1 つ決まり、選び方が異なれば木も異なる。よって導出木の個数は $\binom{m}{n-m}$ である。

(3)　$S \to aSb \mid B$、$B \to aBbb \mid \varepsilon$ とする。$S \to aSb$ を k 回使った後に B に移り、$B \to aBbb$ を l 回使うので、生成される語は $a^k a^l b^{2l} b^k = a^{k+l} b^{k+2l}$ である。言語は (1) と同じになる。規則を使う順序が「aSb をすべて先、$aBbb$ をすべて後」に固定され、回数 $k = 2m - n$、$l = n - m$ は語から一意に決まるので、導出木は 1 つしかない。

答　(2) 導出木は $\binom{m}{n-m}$ 個（例：$aabbb$ に 2 個）。(3) $S \to aSb \mid B$、$B \to aBbb \mid \varepsilon$。

解説

あいまい性の原因は、同じ「a を 1 つ、b を 1 つまたは 2 つ付ける」操作を、どの順で行っても同じ語になる点にある。語に残るのは回数 k, l だけで順序の情報は消えるので、順序の選び方の数 $\binom{k+l}{l}$ だけ木ができる。書き換えでは、順序を 1 つに固定するために非終端記号を 2 段に分けた。これは $E \to E - T \mid T$ で演算の順序を固定したのと同じ発想である。

$a^3 b^5$ なら $l = 2$ で、3 回の展開のどの 2 回で $S \to aSbb$ を使うかを並べると $\binom{3}{2} = 3$ 個の木が手で書き出せる。

(1) で $m \le n \le 2m$ を $m < n < 2m$ と書く誤りがある。$l = 0$ なら $n = m$、$k = 0$ なら $n = 2m$ で、両端の語 $a^m b^m$、$a^m b^{2m}$ も生成される。(3) で $S \to aSb \mid aSbb \mid \varepsilon$ の ε を $S \to ab$ に替えるだけの修正は、あいまい性を取り除けないうえ、空語が生成されなくなり言語も変わる。

で下がっただけである。A は実対称行列で、$a=1$ のとき固有値 $3,0,0$、$a=-2$ のとき固有値 $3,-3,0$ をもつことからも階数を確かめられる。

(7) は $g_{xx}g_{yy}-g_{xy}^2$ の符号で判定する。$(0,0)$ で $H<0$ のとき、$g(x,0)=x^3$ が x の符号で正負を変えることからも極値でないことが分かる。(2) は $E[X]=1$ を対称性で済ませたが、$\frac{3}{4}\int_0^2 x^2(2-x)\,dx=\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}=1$ と直接積分しても同じ値になり、検算に使える。戻り先は、(1)〜(3) が問題 29・31、(4)(5) が問題 2・3、(6)(7) が問題 22 である。

問題 96　セット 1 B 群　命題論理・量化・オートマトン

科学大 情報工学 2026 大問 2・2024 大問 2 と同じ分野

問題

次の (1)〜(7) に答えよ。

(1) 論理式 $(p\to q)\to(q\to p)$ は恒真か。恒真でなければ、偽にする真理値の割当てを 1 つ示せ。

(2) 論理式 $(p\leftrightarrow q)\vee r$ と同値な連言標準形を 1 つ求めよ。

(3) 自然演繹で $\vdash (p\to q)\to(\neg q\to\neg p)$ を証明せよ。証明は番号付きの行で書き、各行に使った規則を示せ。

(4) $R(x,y)$ を「$x<y$」と解釈する。次の 3 つの文が、自然数全体 $\mathbb{N}$ と有理数全体 $\mathbb{Q}$ のそれぞれで真か偽かを答えよ。

$$\text{(a) } \forall x\,\exists y\,R(x,y)\qquad \text{(b) } \exists y\,\forall x\,R(x,y)\qquad \text{(c) } \forall x\,\forall y\,\big(R(x,y)\to\exists z\,(R(x,z)\wedge R(z,y))\big)$$

(5) アルファベット $\{a,b\}$ 上の非決定性有限オートマトン N を、状態 $\{1,2,3\}$、開始状態 1、受理状態 $\{3\}$、遷移 $\delta(1,a)=\{1,2\}$、$\delta(1,b)=\{1\}$、$\delta(2,b)=\{3\}$、$\delta(3,a)=\delta(3,b)=\{3\}$（書いていない組は空集合）で定める。部分集合構成により、開始状態から到達できる状態だけをもつ決定性有限オートマトンを作れ。

(6) (5) で作った決定性有限オートマトンの状態数を最小にし、N が受理する言語を正規表現で表せ。

(7) 長さ n の語のうち、N が受理するものの個数を求めよ。

解答

(1)　恒真でない。p を偽、q を真とすると $p\to q$ は真、$q\to p$ は偽なので、全体は偽になる。

(2)　$p\leftrightarrow q\equiv(\neg p\vee q)\wedge(p\vee\neg q)$ である。$\vee$ を $\wedge$ の上に分配して

$$(p\leftrightarrow q)\vee r\equiv(\neg p\vee q\vee r)\wedge(p\vee\neg q\vee r).$$

(3)　仮定を 3 つ開き、内側から順に解消する。

1	$p\to q$	仮定（6 で解消）
2	$\neg q$	仮定（5 で解消）
3	p	仮定（4 で解消）
4	q	1,3 含意除去
5	$\bot$	2,4 否定除去
6	$\neg p$	3 – 5 否定導入（仮定 3 を解消）
7	$\neg q\to\neg p$	2 – 6 含意導入（仮定 2 を解消）
8	$(p\to q)\to(\neg q\to\neg p)$	1 – 7 含意導入（仮定 1 を解消）

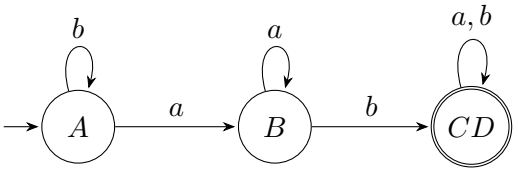
(4)　$\mathbb{N}$ では (a) 真（$y = x + 1$）、(b) 偽（$x = y$ とすると $R(y, y)$ が偽）、(c) 偽（$x = 0, y = 1$ の間に自然数はない）。$\mathbb{Q}$ では (a) 真、(b) 偽（同じ理由）、(c) 真（$z = (x + y)/2$）。

(5)　状態を N の状態の集合で表す。$\{1\}$ から始め、各記号で行き先の和集合をとる。

状態	a	b
$A = \{1\}$（開始）	$\{1, 2\} = B$	$\{1\} = A$
$B = \{1, 2\}$	B	$\{1, 3\} = C$
$C = \{1, 3\}$（受理）	$\{1, 2, 3\} = D$	C
$D = \{1, 2, 3\}$（受理）	D	C

3 を含む集合 C, D が受理状態である。

(6)　C, D はともに受理状態で、どちらからどの記号で進んでも C か D に留まる。よってどの語を続けても受理されるので区別できず、1 つにまとめられる。A と B は語 b で区別でき（A は A へ、B は受理状態へ）、受理状態と非受理状態は空語で区別できる。最小の決定性有限オートマトンは 3 状態である。



受理されるのは ab を部分文字列として含む語で、正規表現は $(a + b)^* ab (a + b)^*$。

(7)　ab を含まない語は、一度 a が現れたら後に b が来ない語なので $b^i a^j$（$i + j = n$）の形に限られ、$n + 1$ 個ある。よって受理される語は $2^n - n - 1$ 個。

答　(1) 恒真でない（p 偽、q 真）　(2) $(\neg p \lor q \lor r) \land (p \lor \neg q \lor r)$　(4) $\mathbb{N}$：真・偽・偽、$\mathbb{Q}$：真・偽・真　(6) 3 状態、$(a + b)^* ab (a + b)^*$　(7) $2^n - n - 1$

解説

論理の前半と、オートマトンの後半は、本番の B 群でもこの比率で並ぶことが多い。(1) と (3) の論理式はよく似ているが、(3) の対偶 $(\neg q \to \neg p)$ は元の含意と同値であり、(1) の逆 $(q \to p)$ は同値でない。この違いを真理値表で一度確かめておくと、証明すべき式と反例を示すべき式の見分けが速くなる。

(3) の証明図では、仮定を開いた行と解消した行の対応を明記した。否定導入は「p を仮定して $\bot$ を導けば $\neg p$」という規則で、$\neg q$ と q から $\bot$ を得る行（否定除去）を挟む。仮定を解消し忘れたまま結論を書くと、それは $p \to q, \neg q \vdash \neg p$ の証明にとどまり、問いの $\vdash$ の左が空の式にはならない。

(4)(c) は「稠密性」を表す文で、$\mathbb{N}$ と $\mathbb{Q}$ を分ける。(b) は (a) の量化記号の順序を入れ替えた文で、「ある 1 つの y がすべての x より大きい」という主張になるため、どちらの構造でも偽である。(a) から (b) は導けないが、(b) から (a) は導ける。

(5) で到達できない集合（$\{2\}$、$\{3\}$、$\{2, 3\}$ など）まで並べると 8 状態の表になり、時間を失う。開始状態から順に作れば 4 状態で止まる。(7) は $n = 2$ で ab の 1 個、$n = 3$ で aab, aba, abb, bab の 4 個と手で数えられ、$2^n - n - 1$ の $1, 4$ と合う。戻り先は (1)〜(3) が問題 41〜43、(4) が問題 44、(5)〜(7) が問題 51〜56 である。